

УДК 621.822.1: 621.892.27

## Анализ фрактальной структуры шероховатых поверхностей трения для установления переходных режимов фрикционного контакта

А.Х. Джанахмедов

Азербайджанская Национальная академия авиации (АНАА),  
Мардакянский пр., 30, г. Баку AZ1045, Азербайджан

Поступила в редакцию 26.07.2023.

После доработки 11.12.2023.

Принята к публикации 12.12.2023.

Показано, что поверхности разрушения при трении могут быть самоаффинными с локальной фрактальной размерностью. Однако пересечение такой самоаффинной поверхности с плоскостью даёт схожие контурные линии, которые, несомненно, самоподобны. Приведенные рассуждения относительно фрактальных свойств поверхностей разрушения дают основание полагать, что шероховатая поверхность при контактировании металлических тел в процессе трения также самоподобна. В статье приводятся фрактальные размерности переходных режимов контакта (от упругого к упругопластическому и от упругопластического к пластическому контакту) для самоаффинных кривых, которые являются кривыми опорной поверхности при различных сочетаниях параметров материала — коэффициента Пуассона, твёрдости и модуля упругости. За фрактальную размерность кривых опорных поверхностей в расчётах принималась размерность Минковского, вычисленная клеточным методом. Этот метод, базирующийся на рассмотрении контактного взаимодействия, лёг в основу метода расчёта контактных характеристик тел с учётом их макроформы и шероховатости поверхностей трения. Результаты исследования имеют большое значение для разработки инженерных методов расчёта однородных и неоднородных шероховатых тел.

**Ключевые слова:** шероховатость поверхности, фрикционный контакт, фрактал, трение, самоаффинная кривая, переходной режим, упругопластический контакт, коэффициент Пуассона, твёрдость материала, размерность Минковского, седло клапана.

**DOI:** 10.32864/0202-4977-2023-44-6-582-590

**Адрес для переписки:**

А.Х. Джанахмедов  
Азербайджанская Национальная академия авиации (АНАА),  
Мардакянский пр., 30, г. Баку AZ1045, Азербайджан  
e-mail: dzhanakhmedov@yahoo.com

**Для цитирования:**

А.Х. Джанахмедов  
Анализ фрактальной структуры шероховатых поверхностей трения для установления переходных режимов фрикционного контакта.  
Трение и износ.  
2023. — Т. 44, № 6. — С. 582—590.  
**DOI:** 10.32864/0202-4977-2023-44-6-582-590

**Address for correspondence:**

A.Kh. Janahmadov  
Azerbaijan National Aviation Academy,  
Mardakan ave., 30, Baku AZ1045, Azerbaijan  
e-mail: dzhanakhmedov@yahoo.com

**For citation:**

A.Kh. Janahmadov  
[The Fractal Structure Analysis of the Rough Surfaces of Friction to Establish the Transient Regimes of the Frictional Contact].  
*Trenie i Iznos*.  
2023, vol. 44, no. 6, pp. 582—590 (in Russian).  
**DOI:** 10.32864/0202-4977-2023-44-6-582-590

# The Fractal Structure Analysis of the Rough Surfaces of Friction to Establish the Transient Regimes of the Frictional Contact

A.Kh. Janahmadov

Azerbaijan National Aviation Academy,  
Mardakan ave., 30, Baku AZ1045, Azerbaijan

Received 26.07.2023.

Revised 11.12.2023.

Accepted 12.12.2023.

## Abstract

The fracture surfaces can be, at best, self-affine with own local fractal dimension. However, the intersection of such a self-affine surface with a plane creates lines similar to shorelines, which are undoubtedly similar and have a fractal dimension. The provided reasoning on the fractal properties of the fracture surface suggests that the rough surface is also self-affine during friction of the contacting metal bodies. For the self-affine curves, which are the supporting curves at various combinations of the Poisson coefficient, the values of hardness, modulus of elasticity and fractal dimension are given in the paper (from elastic to elastic-plastic contact and from elastic-plastic to plastic contact). The Minkowski dimension, calculated by the cellular method, was used as the fractal dimension of the curves of the supporting surfaces. This method, which is based on the contact interaction, is the foundation for calculating the contact parameters of bodies with respect to their macro-shape and surface roughness. The results of research are of great importance for the development of engineering calculation of homogenous and non-homogenous bodies.

**Keywords:** rough surfaces, frictional contact, fractal, friction, self-affine curve, transitional regime, elastic-plastic contact, Poisson's ratio, Minkowski dimension, material hardness, destruction of the seat.

**DOI:** 10.32864/0202-4977-2023-44-6-582-590

---

### Адрес для переписки:

А.Х. Джанахмедов  
Азербайджанская Национальная академия авиации (АНАА),  
Мардакянский пр., 30, г. Баку AZ1045, Азербайджан  
e-mail: dzhanakhmedov@yahoo.com

### Для цитирования:

А.Х. Джанахмедов  
Анализ фрактальной структуры шероховатых поверхностей трения для установления переходных режимов фрикционного контакта.  
Трение и износ.  
2023. — Т. 44, № 6. — С. 582–590.  
**DOI:** 10.32864/0202-4977-2023-44-6-582-590

---

### Address for correspondence:

A.Kh. Janahmadov  
Azerbaijan National Aviation Academy,  
Mardakan ave., 30, Baku AZ1045, Azerbaijan  
e-mail: dzhanakhmedov@yahoo.com

### For citation:

A.Kh. Janahmadov  
[The Fractal Structure Analysis of the Rough Surfaces of Friction to Establish the Transient Regimes of the Frictional Contact].  
*Trenie i Iznos*.  
2023, vol. 44, no. 6, pp. 582–590 (in Russian).  
**DOI:** 10.32864/0202-4977-2023-44-6-\_\_-

## Список использованных источников

1. **Mandelbrot B.B.** The Fractal Geometry of Nature. — New-York: W.H. Freeman. — 1982
2. **Janahmadov A.Kh. and Javadov M.Y.** Synergetics and Fractals in Tribology. — Springer, Switzerland. — 2016
3. **Motoyoshi Hasegawa, Jiancheng Liu, Koichi Okuda, and Masayuki Nunobiki.** Calculation of the Fractal Dimensions of Machined Surface Profiles // Wear. — 1996 (192), 40—45
4. **Иванова В.С., Баланкин А.С., Бунин И.Ж. и др.** Синергетика и фракталы в материаловедении. — М.: Наука. — 1994
5. **Edgar G.A.** Measure, Topology and Fractal Geometry. — N.Y.: Springer. — 1990
6. **Булат А.Ф., Дырда В.И.** Фракталы в геомеханике. — Киев: Наукова Думка. — 2005
7. **Berry M. and Hannay J.** Topography of Random Surfaces // Natura. — 1978 (273), 573
8. **Sayles R.S. and Thomas T.R.** Reply to Topography of Random Surfaces by M.V. Berry and J.H. Hannay // Natura. — 1978 (273), 573
9. **Dauskardt R.H., Haubensak F., and Ritchie R.O.** On the Interpretation of the Fractal Character of Fracture Surfaces. Overview n.88 // Acta Metall. — 1990 (38), no. 2, 143—149
10. **Mandelbrot B.B.** Self-Affine Fractals and Fractal Dimension // Phys. Phys. Scr. — 1985 (32), 257—266
11. **Voss R.F.** Random Fractals: Characterization and Measurement // In: Scaling Phenomena in Disordered Systems / eds. R. Pynn and A. Skjeltorp. — New-York: Plenum Press. — 1985, 1—11
12. **Lee Y.H., Carr J.K., Bazz D.J., and Hass C.S.** The Fractal Dimension as a Measure of the Roughness of Rock Discontinuity Profile // Int.f. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. — 1990 (27), 453—464
13. **Крагельский И.В.** Трение и износ. — М.: Mashgiz. — 1968
14. **Bowden F.P. and Tabor D.** The Friction and Lubrication of Solids. — Oxford: Clarendon Press. — 2001
15. **Janahmadov A.Kh., Javadov M.Y., and Dyshin O.A.** Diagnosis of the Contact Interaction of Solid Bodies at Friction Using Fractal Analysis Methods // Journal Science and Applied Engineering Quarterly. — 2014, no. 04, 5—16

## References

1. **Mandelbrot B.B.** The Fractal Geometry of Nature. — New-York: W.H. Freeman. — 1982
2. **Janahmadov A.Kh. and Javadov M.Y.** Synergetics and Fractals in Tribology. — Springer, Switzerland. — 2016
3. **Motoyoshi Hasegawa, Jiancheng Liu, Koichi Okuda, and Masayuki Nunobiki.** Calculation of the Fractal Dimensions of Machined Surface Profiles // Wear. — 1996 (192), 40—45
4. **Ivanova V.S., Balankin A.S., Bunin I.Zh i dr.** Sinergetika i fraktaly v materialovedenii. — M.: Nauka. — 1994 (in Russian)
5. **Edgar G.A.** Measure, Topology and Fractal Geometry. — N.Y.: Springer. — 1990
6. **Bulat A.F., Dyrda V.I.** Fraktaly v geomekhanike. — Kiev: Naukova Dumka. — 2005 (in Russian)
7. **Berry M. and Hannay J.** Topography of Random Surfaces // Natura. — 1978 (273), 573
8. **Sayles R.S. and Thomas T.R.** Reply to Topography of Random Surfaces by M.V. Berry and J.H. Hannay // Natura. — 1978 (273), 573
9. **Dauskardt R.H., Haubensak F., and Ritchie R.O.** On the Interpretation of the Fractal Character of Fracture Surfaces. Overview n.88 // Acta Metall. — 1990 (38), no. 2, 143—149
10. **Mandelbrot B.B.** Self-Affine Fractals and Fractal Dimension // Phys. Phys. Scr. — 1985 (32), 257—266
11. **Voss R.F.** Random Fractals: Characterization and Measurement // In: Scaling Phenomena in Disordered Systems / eds. R. Pynn and A. Skjeltorp. — New-York: Plenum Press. — 1985, 1—11
12. **Lee Y.H., Carr J.K., Bazz D.J., and Hass C.S.** The Fractal Dimension as a Measure of the Roughness of Rock Discontinuity Profile // Int.f. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. — 1990 (27), 453—464
13. **Kragelskij I.V.** Trenie i iznos. — M.: Mashgiz. — 1968 (in Russian)
14. **Bowden F.P. and Tabor D.** The Friction and Lubrication of Solids. — Oxford: Clarendon Press. — 2001
15. **Janahmadov A.Kh., Javadov M.Y., and Dyshin O.A.** Diagnosis of the Contact Interaction of Solid Bodies at Friction Using Fractal Analysis Methods // Journal Science and Applied Engineering Quarterly. — 2014, no. 04, 5—16

Для приобретения полного текста статьи, обращайтесь в редакцию журнала.  
Адрес редакции: 246050, ул. Кирова 32а, г. Гомель, Беларусь. Телефон/факс: +375 (232) 34 06 36 / 34 17 11  
Full text of articles can be purchased from the editorial office.  
Address: 32a Kirov Street, Gomel, Belarus, 246050. Phone: +375 (232) 34 06 36. Fax: +375 (232) 34 17 11  
E-mail: [FWJ@tut.by](mailto:FWJ@tut.by)